

ボイル-シャルルの法則の導出

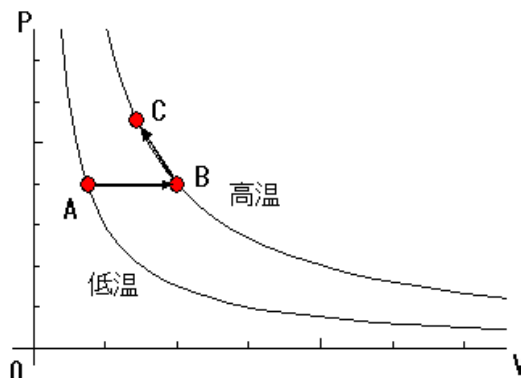
トミー@物理のかぎプロジェクト

2006-1-18

ここでは、ボイルの法則とシャルルの法則からボイル-シャルルの法則を導く方法を、具体的に説明したいと思います。

大まかな方法

最初に、導出方法をおおまかにお話します。次の図をご覧ください。



ボイル-シャルルの法則を導く際、図中の三状態、A、B、C間の移動を考えます。つまり、まず圧力を一定に保ったまま A から B へ移動し、次に 温度を一定に保ったまま B から C へ移動する、という手法をとるのです。勘の良い方ならもうお分かりですね！[気体の三法則](#) 中でお話ししたように、「圧力を一定に保った時」成立するのはシャルルの法則、「温度を一定に保った時」成立するのはボイルの法則です。ということは、これらの法則を順に適用していけば、ボイル-シャルルの法則を導くことができます！

シャルルの法則の適用

では実際に導出していきましょう。上図の状態 A の時の気体の体積と温度をそれぞれ V_A, T_A 、状態 B の時の気体の体積と温度をそれぞれ V_B, T_B とします。ここで $T_i (i = A, B)$ は [絶対温度](#) です。気体の状

態が圧力を一定に保ったまま A から B に移動するので，シャルルの法則より

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$$

すなわち

$$V_B = V_A \frac{T_B}{T_A} \quad (1)$$

が成り立ちます．

ボイルの法則の適用

次に，状態 B の時の気体の圧力を P_B ，状態 C の時の気体の圧力と体積をそれぞれ P_C, V_C とします．気体の温度を一定に保ったまま B から C に移動するので，ボイルの法則より

$$P_B V_B = P_C V_C \quad (2)$$

が成り立ちます．

ボイル-シャルルの法則へ

いよいよボイル-シャルルの法則を導出します．式 (1) を式 (2) に代入してみましょう．すると，

$$P_B V_A \frac{T_B}{T_A} = P_C V_C$$

となります．これを整理すると，

$$\frac{P_B V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_B} \quad (3)$$

となります．状態 A から B への移動では，圧力が一定なので $P_A = P_B$ ，状態 B から C への移動では，温度が一定なので $T_B = T_C$ です．これらを式 (3) に代入すると，

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} \quad (4)$$

が得られます．状態 A も状態 C も共に状態のある一点なので， $P_i, V_i, T_i (i = A, C)$ はそれぞれ，ある特定の値であることがお分かりいただけると思います．ゆえに式 (4) は

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} = \text{Const.} \quad (5)$$

となります．(ここで *Const.* とは定数 (constant) を表します)．この定数を R とおくと*1 式 (5) は

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} = \text{Const.} = R \quad (6)$$

となり，式 (6) は任意の状態の圧力 P ，体積 V ，(絶対) 温度 T について

$$\frac{PV}{T} = \text{Const.} = R \quad (7)$$

が成り立っていることを表します。式 (7) より、

$$PV = RT \quad (8)$$

とすることができます。式 (8) は、ボイル-シャルルの法則、そのものですね！これで無事、導出が完了したことがわかります。

*1 この R は、[気体定数](#) と呼ばれるものです。気体定数の値を定める時、扱う気体の量は 1 モル であることが決まっています。詳しくは、関連記事 [気体定数](#) をご覧ください。