

正方行列の基本性質

崎間@物理のかぎプロジェクト

2003-08-04

行と列が一致している行列 ($n \times n$ 行列) のことを正方行列と呼びます。正方行列は

- 行列式を定義できる
- 逆行列を定義できる

という特徴を持っています (ただし, これらが定義できない特別な場合もあります)。

単位行列

左上から右下への対角線が全て 1 で, 他の成分が全て 0 の正方行列を単位行列といいます。単位行列は普通, E という記号で表します。例えば 2×2 正方行列の単位行列は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

で, 3×3 正方行列の単位行列は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

となります。

また, どんな $n \times n$ 正方行列に $n \times n$ 単位行列を掛けても変化しません。つまり, 正方行列を A とすると

$$AE = EA = A$$

がいえます。この性質は数字の 1 と同じです。どんな数に 1 を掛けても, 変化しませんよね。

逆行列

行列の逆数に相当するのが逆行列です。正方行列 A の逆行列を P とすると

$$AP = E$$

が満たされます．ここで E はさきほどの単位行列です．普通の数字で例えるなら

$$7 \times 7^{-1} = 1$$

ということと同じようなものです．

2×2 正方行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

の逆行列は以下の公式から求められます．

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

このように A の逆行列は A^{-1} と書きます．読み方は「えーいんばーす」が一般的です．