

天文単位 (AU) を測る

2005 年 10 月 27 日

ここでは天文単位 (AU) の測り方について書いています。

天文単位とは

天文単位とは、地球と太陽の間の平均距離を 1 とした単位です。詳しくは [天文単位](#) の記事を参照してください。



天文単位の測定

さて、天文単位が「太陽と地球の間の距離」を表すことはわかりました。理科年表から具体的な数字をもってきてみましょう。

Important

$$1\text{AU} = 1.49597870 \times 10^{11}\text{m}$$

太陽と地球の間の距離が数 km の精度で決まっているなんてびっくりです。^{*1} いったいどうやって求められているのでしょうか？

ガウスによる定義

太陽と地球の間の平均距離が上に書いたような精度で求まるのでしょうか？ 求まるとしたらどうやって求めているのでしょうか？

^{*1} ちなみに最新の論文ではさらに有効数字が多くて 数十 m の精度になっています。

1 天文単位は最初 C.F.Gauss さんによって地球-太陽間の平均距離, より正確には地球の軌道長半径として定義されました.*2

軌道長半径は [ケプラーの第三法則](#) を使って求めることができます. ケプラーの第三法則は次のようなものでした.

$$(a_i)^3 \left(\frac{2\pi}{P_i} \right)^2 = GM_\odot \quad (1)$$

ここで a_i は太陽系 i 番目の惑星の軌道長半径, P_i は i 番目の惑星の軌道周期です. G は重力定数で, $M_\odot$ は太陽質量を表します.

いま, 求めたいのは地球-太陽間の距離ですから a_3 の値です. P_i は直接測定することができます (地球の軌道周期は 365 日 ですね!). 太陽質量 $M_\odot$ は直接求めることができないのでこれも未知数となります.

測定するぞ

さて, ところでレーダー技術の発達により地球と他の惑星 (金星や火星) との間の距離はかなり正確に求められるようになっていきます. ここでは金星までの距離がかなり正確にわかるものとして話を進めましょう.

レーダー技術は大雑把に言うと, 地球から金星に向けて光を発して, 金星で反射した光を地球で再び受けとるというものです.*3 地球から金星に向けて光を発して, 反射して帰ってくるまでの時間を t とします. これを測定するわけです. 光の速さ, つまり光速 c は一定値をとることが知られているので, 金星-地球間の軌道長半径の差は, 金星-太陽間の距離が a_2 ですから次のように表すことができます.

$$a_3 - a_2 = \frac{1}{2}ct \quad (2)$$

ここで $\frac{1}{2}$ という係数がつくのは t が往復の時間を計っているからです.

式 (1) から, 地球・金星のそれぞれについてケプラーの第三法則を適用して

$$(a_2)^3 \left(\frac{2\pi}{P_2} \right)^2 = GM_\odot \quad (3)$$

$$(a_3)^3 \left(\frac{2\pi}{P_3} \right)^2 = GM_\odot \quad (4)$$

が成り立ちます.

さて, 式 (2), (3), (4) で式が三本, 未知数は a_3 , a_2 , $M_\odot$ の 3 つですから, 未知数を決定することができますね. 式 (3) と (4) を連立すると, 次式が得られます.

$$a_2 = a_3 \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{2}{3}}$$

これを式 (2) に代入すると,

$$a_3 - a_3 \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}ct$$

*2 数学・物理にはたくさんのガウスさんがいるのであなたの想像したガウスさんとは違う人かもしれません.

となり、これを a_3 について整理してやると

$$a_3 = \frac{ct}{2 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right)} \quad (5)$$

となり、求めたかった a_3 がすべて測定可能な量で表すことができました. ヽ (´ー`) ノ

では実際に観測されている値を (5) に代入してみましょう. 理科年表によれば P_2 は xx 日, P_3 は 365 日です. t については〇〇の論文によると $\times\times$ 秒という結果が得られています. これらを代入すると a_3 の値は

$$a_3 = \text{?????} \text{km}$$

が得られます.

問い

上では太陽-地球間の軌道長半径を求めましたが, その結果を使って太陽質量 $M_\odot$ を求めることができます. 求めてください. その際に有効数字はどうなるか, 注意してください.

IAU 1976 の定義

実は, 現在では天文単位 (AU) は太陽-地球間の距離というようには定められていません. 形式的に次のように定められています.

Important

質量を持たない粒子が太陽のまわりを完全な円軌道で $\frac{2\pi}{k}$ 日 (365.2568983... 日) の周期をもつてまわるような半径を 1 天文単位と定める. ここで k はガウス定数と呼ばれるもので, 厳密に 0.01720209895 という値をもつ.

太陽-地球間の平均距離は定数にはならないですし, 天文単位は宇宙の距離測定の基礎になるので精密に決める必要があるために上のような定義になりました.

*3 ここでいう光は目に見える「可視光」ではなくて「電波」という波長の光になります.