

為替レートの変化率について

クロメル@物理のかぎプロジェクト

2010-08-02

経済について、前から疑問だったことが、自分なりに整理できたので、ここに記します。とても簡単なモデルですが、大まかな変化は記述できていると思います。

設定

日本の総資産価値を A 円、アメリカの総資産価値を B ドルとします。為替レート 1 ドル = x 円の時、両国の資産価値の比を $\alpha : \beta$ とすると、

$$\alpha : \beta = A : Bx \quad (1)$$

となります。ここで、レート x が正の数 $r > 1$ 倍になり、または、 Δx 円上昇して、 x' になったとします。

$$x' = rx = x + \Delta x \quad (2)$$

この時、 D ドルの資産をもっている場合、資産は日本円に換算して rD 円に増えたこととなります。逆に、 Y 円持っていた時は、ドルに換算して $\frac{Y}{r}$ ドルに減ったこととなります。

円高の時

アメリカの資産価値 β が、時間 t 、時定数 k として、 e^{-kt} 倍に従い減少していくと仮定します。すると、

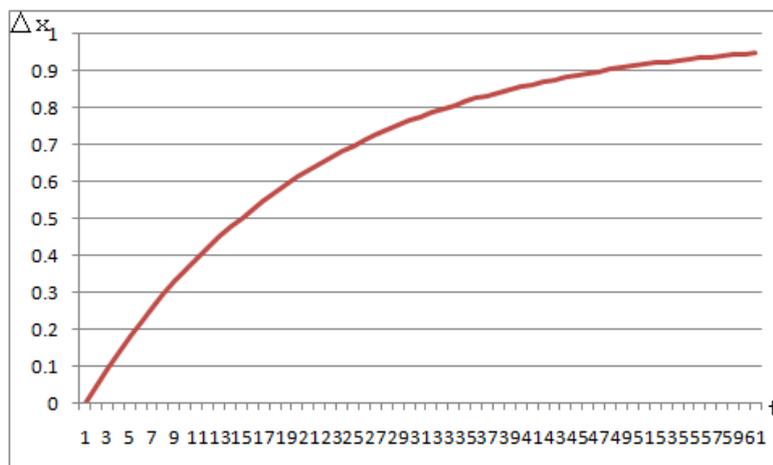
$$\alpha : \beta e^{-kt} = A : B(x - \Delta x) \quad (3)$$

式 (1) と式 (3) の比に直して辺々割ると、

$$\frac{e^{-kt}\beta}{\beta} = \frac{x - \Delta x}{x} \quad (4)$$

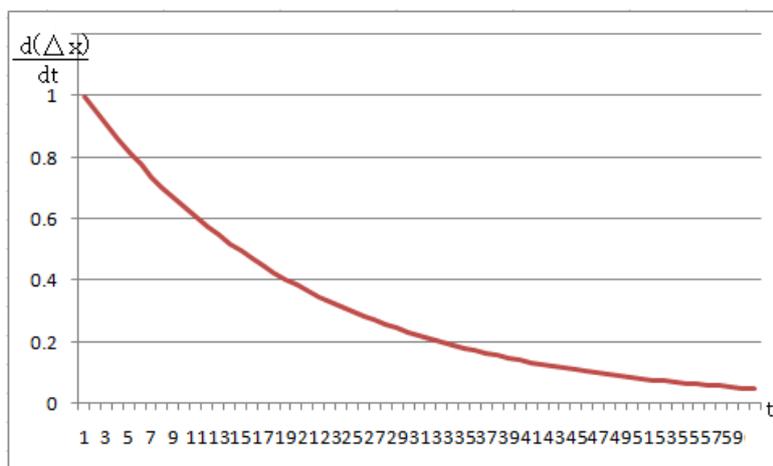
より、

$$\Delta x = x(1 - e^{-kt}) \quad (5)$$



この Δx の時間変化をみると,

$$\frac{d(\Delta x)}{dt} = kxe^{-kt} \quad (6)$$



この様に時間が経てば経つほど、また x が小さければ小さいほど、単位時間に減る為替レート Δx の減り方は減っていきます。これは、直感的に正しいと思われます。

ここで、 Y 円の価値は、ドルに換算して

$$\frac{Yx}{x - \Delta x} = \frac{Yx}{x - x(1 - e^{-kt})} = Ye^{kt}$$

ドル換算の日本円の価値は、指数関数的に大きくなります。アメリカのドルがどんどん安くなっているの、現実がこの理論に従うなら、当然ですね。逆にいうと、これが現実を表わしていないなら、この理論の限界ということでしょう。

以上、単純で取り留めのない話でしたが、お付き合いいただき光栄です。今日は、ここまで。お疲れ様でした。