

ボイル-シャルルの法則の導出

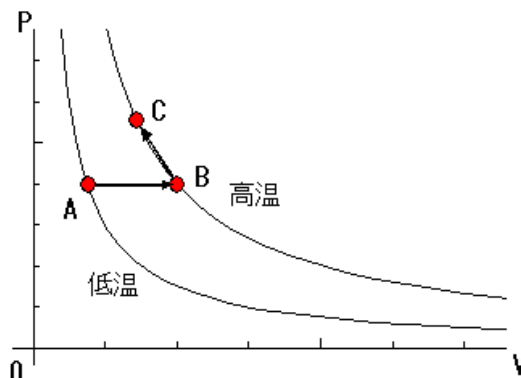
トミー@物理のかぎプロジェクト

2006-1-18

ここでは、ボイルの法則とシャルルの法則からボイル-シャルルの法則を導く方法を、具体的に説明したいと思います。

大まかな方法

最初に、導出方法をおおまかにお話します。次の図をご覧ください。



ボイル-シャルルの法則を導く際、図中の三状態、A、B、C間の移動を考えます。つまり、まず圧力を一定に保ったまま A から B へ移動し、次に 温度を一定に保ったまま B から C へ移動する、という手法をとるのです。勘の良い方ならもうお分かりですね！[気体の三法則](#) 中でお話ししたように、「圧力を一定に保った時」成立するのはシャルルの法則、「温度を一定に保った時」成立するのはボイルの法則です。ということは、これらの法則を順に適用していけば、ボイル-シャルルの法則を導くことができるわけです！

シャルルの法則の適用

では実際に導出していきましょう。上図の状態 A の時の気体の体積と温度をそれぞれ V_A, T_A 、状態 B の時の気体の体積と温度をそれぞれ V_B, T_B とします。ここで $T_i (i = A, B)$ は [絶対温度](#) です。気体の状

態が圧力を一定に保ったまま A から B に移動するので、シャルルの法則より

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$$

すなわち

$$V_B = V_A \frac{T_B}{T_A} \quad (1)$$

が成り立ちます。

ボイルの法則の適用

次に、状態 B の時の気体の圧力を P_B 、状態 C の時の気体の圧力と体積をそれぞれ P_C, V_C とします。気体の温度を一定に保ったまま B から C に移動するので、ボイルの法則より

$$P_B V_B = P_C V_C \quad (2)$$

が成り立ちます。

ボイル-シャルルの法則へ

いよいよボイル-シャルルの法則を導出します。式 (1) を式 (2) に代入してみましょう。すると、

$$P_B V_A \frac{T_B}{T_A} = P_C V_C$$

となります。これを整理すると、

$$\frac{P_B V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_B} \quad (3)$$

となります。状態 A から B への移動では、圧力が一定なので $P_A = P_B$ 、状態 B から C への移動では、温度が一定なので $T_B = T_C$ です。これらを式 (3) に代入すると、

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_A} \quad (4)$$

が得られます。ここで状態 A が、気体の温度が 0 の時の状態、すなわち絶対温度で 273.15K の時の状態であるとする、 P_0, V_0, T_0 の値が具体的にわかるので、

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \text{Const.} \quad (5)$$

となります (ここで *Const.* とは定数 (constant) を表します)。式 (4) と (5) より、

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_C V_C}{T_C} = \text{Const.} \quad (6)$$

であることが導かれ、この定数を R とおくと*1 式 (6) より

$$\frac{P_C V_C}{T_C} = \text{Const.} = R$$

となり，これはすなわち

$$\begin{aligned}\frac{PV}{T} &= \text{Const.} = R \\ \therefore PV &= RT\end{aligned}\tag{7}$$

と一般形に書き改めることができます．式 (7) は，ボイル-シャルルの法則，そのものですね！これで無事，導出が完了したことがわかります．

*1 この R は，[気体定数](#) と呼ばれるものです．