

連分数と行列の関係

クロメル@物理のかぎプロジェクト

2010-02-07

どうも、クロメルです。連分数の問題が、行列と関係しているようなので、対応関係を書いてみました。

$$x = \frac{a_2 \left(\frac{a_1 x + b_1}{c_1 x + d_1} \right) + b_2}{c_2 \left(\frac{a_1 x + b_1}{c_1 x + d_1} \right) + d_2} = \frac{(a_1 a_2 + b_2 c_1)x + (a_2 b_1 + b_2 d_1)}{(a_1 c_2 + c_1 d_2)x + (b_1 c_2 + d_1 d_2)}$$

↔

$$\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_2 c_1 & a_2 b_1 + b_2 d_1 \\ a_1 c_2 + c_1 d_2 & b_1 c_2 + d_1 d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$$

以上のような対応があるので、

$$x = \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_1 + x}}$$

↔

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & a_1 a_2 + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$$

となります。