

波の減衰

クロメル@物理のかぎプロジェクト

2011-04-07

波は媒質中を進んでいく時に、高周波ほど早く減衰していきます。例えば空気中を進む音は、花火など遠くで聞くほど低い音が響きますよね。それは、次のようなモデル（運動方程式）で理解できます。

$$m\ddot{x} + \zeta\dot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

第一項は慣性項、第二項はダンピング項（減衰項）、第三項は復元力の項です。 m, ζ, k は、それぞれ質量、抵抗、復元力で、すべて正の定数です。この式に \dot{x} を掛けて t で積分してみます。

$$\frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{k}{2}x^2 = E - \zeta \int \dot{x}^2 dt$$

これは、左辺が運動のエネルギーに対し、右辺が抵抗で必ず負になることから、力学的エネルギーがダンピング項によって、どんどん減衰していく様子を示しています。 E は積分定数で $t = 0$ における力学的エネルギーを示します。ここで、振動を

$$x = A \sin \omega t$$

とすると、

$$\dot{x} = A\omega \cos \omega t$$

となります。振動の速さの微分には ω が掛かっていますね。これは角周波数 ω が大きいほど、減衰が早いこととなります。

以上、簡単ですが、波の減衰についての説明でした。今日はここまで。