三角関数のｎ倍角の公式

クロメル@物理のかぎプロジェクト

2009-11-27

三角関数のｎ倍角の公式をひたすら求めてみました．なにかの役に立てば幸いです．

求める方法

行列を使う方法，複素数を使う方法，加法定理を使う方法等がありますが，今回は，複素数を使う方法で求めました．

$$\cos n\theta + i\sin n\theta = (\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

を使います．計算過程は省略します．計算の確認は，表計算ソフト excel で行いました．

正弦関数の倍角公式

$$\sin\theta = \sin\theta$$

$$\sin 2\theta = \cos\theta(2\sin\theta)$$

$$\sin 3\theta = -4\sin^3\theta + 3\sin\theta$$

$$\sin 4\theta = \cos\theta(-8\sin^3\theta + 4\sin\theta)$$

$$\sin 5\theta = 16\sin^5\theta - 20\sin^3\theta + 5\sin\theta$$

$$\sin 6\theta = \cos\theta(32\sin^5\theta - 32\sin^3\theta + 6\sin\theta)$$

$$\sin 7\theta = -64\sin^7\theta + 112\sin^5\theta - 56\sin^3\theta + 7\sin\theta$$

$$\sin 8\theta = \cos\theta(-128\sin^7\theta + 192\sin^5\theta - 80\sin^3\theta + 8\sin\theta)$$

$$\sin 9\theta = 256\sin^9\theta - 576\sin^7\theta + 432\sin^5\theta - 120\sin^3\theta + 9\sin\theta$$

$$\sin 10\theta = \cos\theta(512\sin^9\theta - 1024\sin^7\theta + 672\sin^5\theta - 160\sin^3\theta + 10\sin\theta)$$

余弦関数の倍角公式

$$\cos\theta = \cos\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$

$$\cos 4\theta = 8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1$$

$$\cos 5\theta = 16\cos^5\theta - 20\cos^3\theta + 5\cos\theta$$

$$\cos 6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 7\theta = 64\cos^7\theta - 112\cos^5\theta + 56\cos^3\theta - 7\cos\theta$$

$$\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2\theta + 1$$

$$\cos 9\theta = 256\cos^9\theta - 576\cos^7\theta + 432\cos^5\theta - 120\cos^3\theta + 9\cos\theta$$

$$\cos 10\theta = 512\cos^{10}\theta - 1280\cos^8\theta + 1120\cos^6\theta - 400\cos^4\theta + 50\cos^2\theta - 1$$