

マクスウェル方程式入門

@物理のかぎプロジェクト

ここでは電磁気学の基礎方程式となるマクスウェル方程式について解説をします．この記事を理解するにはベクトル解析の初歩の知識が必要となります．あやふやな方は [電磁気学のためのベクトル解析](#) を参照してください．

まずは眺めてみよう

まずはマクスウェル方程式を眺めてみましょう．

マクスウェル方程式は全部で4つの方程式からなります．

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

色々な文字が出てきているので一つずつ整理していきましょう． $\mathbf{D}$ は電束密度， $\mathbf{H}$ は磁場を表します． $\mathbf{E}$ は電場， $\mathbf{B}$ は磁束密度です．それぞれの量が何を表しているのかについては別記事に譲ります． ρ は電荷密度， $\mathbf{j}$ は電流密度を表します．

電磁気学のエッセンスは，この4つの方程式に詰まっています．この4つの方程式が電磁気現象を支配しているのだと思うと，なんだかすごいですね．:D

真空中でのマクスウェル方程式

上に挙げたマクスウェル方程式だけで，電磁気の現象すべてが説明できるはずですが．だから上の式を額縁に入れて飾っておけば良い，かということそういうわけでもありません．さまざまな現象を説明するためには，その現象に見合った条件をいれて，方程式を整理してやる必要があります．

そのなかでも良く使われる条件というのが「真空中で」という条件です．真空中では $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ ， $\mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H}$ という関係があります． ϵ_0 ， μ_0 はそれぞれ真空の誘電率，真空の透磁率と呼ばれる定数です．

これらを用いて式 (1),(2),(3),(4) を書き換えると ,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{c^2 \partial t} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (8)$$

となります .

それぞれを詳しく見る

ガウスの法則

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

アンペールの法則

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0}$$

ファラデーの法則

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

磁気単極子不存在の法則

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

マクスウェルは何をしたのか？